

Die Ermittlung der Lage des Neutralpunktes bei ausgefallener Flügelgeometrie

Der ausgewogene Flug eines Flugmodells setzt eine Stabilität um die Querachse voraus, die auch bei Störungen, wie Windböen o.ä. erhalten bleibt. Darunter versteht man die Eigenschaft des Flugzeugs, bei Störungen wieder selbständig in die Horizontallage zurückzuschwingen. Eine Voraussetzung dafür ist ein Stabilitätsmaß der Längsbewegung, das zum einen den Differentialquotienten aus dem Momentenbeiwert zum Auftriebsbeiwert darstellt und zum anderen auch die Position des Neutralpunktes beinhaltet. Also gilt

$$\frac{x_N}{l_\mu} = - \frac{dc_m}{dc_a} \quad \text{Gl.(1)}$$

Der Quotient auf der linken Seite beschreibt den relativen Abstand des Neutralpunktes zu einem Bezugspunkt. Der rechte Ausdruck stellt den Anstieg des Momentenbeiwertes dar und ist als konstante Größe primär vom Profil und der Position des Schwerpunktes abhängig, wie später noch gezeigt wird. Der Nenner l_μ beschreibt die Bezugsflügeltiefe.

Ergänzend dazu sei an dieser Stelle auch auf den Druckpunkt als Auftriebsmittelpunkt verwiesen. Bei einer Änderung des Anstellwinkels ändert sich damit auch der Auftriebsbeiwert, wie aus der Polare ersichtlich ist. Verbunden damit ist eine Wanderung des Auftriebsmittelpunktes in Richtung Flügel Nase. Gleichungsmäßig lautet für den Druckpunkt folgender Zusammenhang

$$\frac{x_A}{l_\mu} = - \frac{cm_0}{c_a} - \frac{dc_m}{dc_a} \quad \text{Gl.(2)}$$

Während der Differentialquotient auf der rechten Seite konstant bleibt, ändert sich über den Auftriebsbeiwert c_a der linke Term auf der rechten Seite. Gleichungen (1) und (2) stellen damit die fundamentalen Zusammenhänge für die Positionen von Neutral- und Druckpunkte am Tragflächenprofil dar.

Während der erfahrene Modellflieger eine Vorstellung von der Lage des Schwerpunktes hat und auch schnell durch Probieren dessen Lage korrigieren kann, ist es bei ausgefallenen Flügelformen nicht immer so einfach und erfolgversprechend. Ausgangspunkt der Überlegungen soll dann der Neutralpunkt sein, da er für reibungsfreie, inkompressible Strömungen einen konstanten Wert für jede Tragfläche annimmt. Dieser Punkt wird definiert als Flächenschwerpunkt des Gesamtflügels, sofern dieser auf der 1/4-Linie mit einer der örtlichen Flügeltiefe proportionalen Gewichtsverteilung belegt ist [1].

Gegenstand dieses Beitrages ist die Bestimmung der Lage des Neutralpunktes für ein Flugmodell, das der Flugmodellbauer selbst konstruiert und gebaut hat, bzw. von dem keine ausreichenden Angaben zum Schwerpunkt vorliegen.

Klassischerweise wird der Modellbauer für die Findung des Neutralpunktes auf ein zeichnerisches Verfahren zurückgreifen, da er damit schnell zum Ziel kommt (Abb. 2).

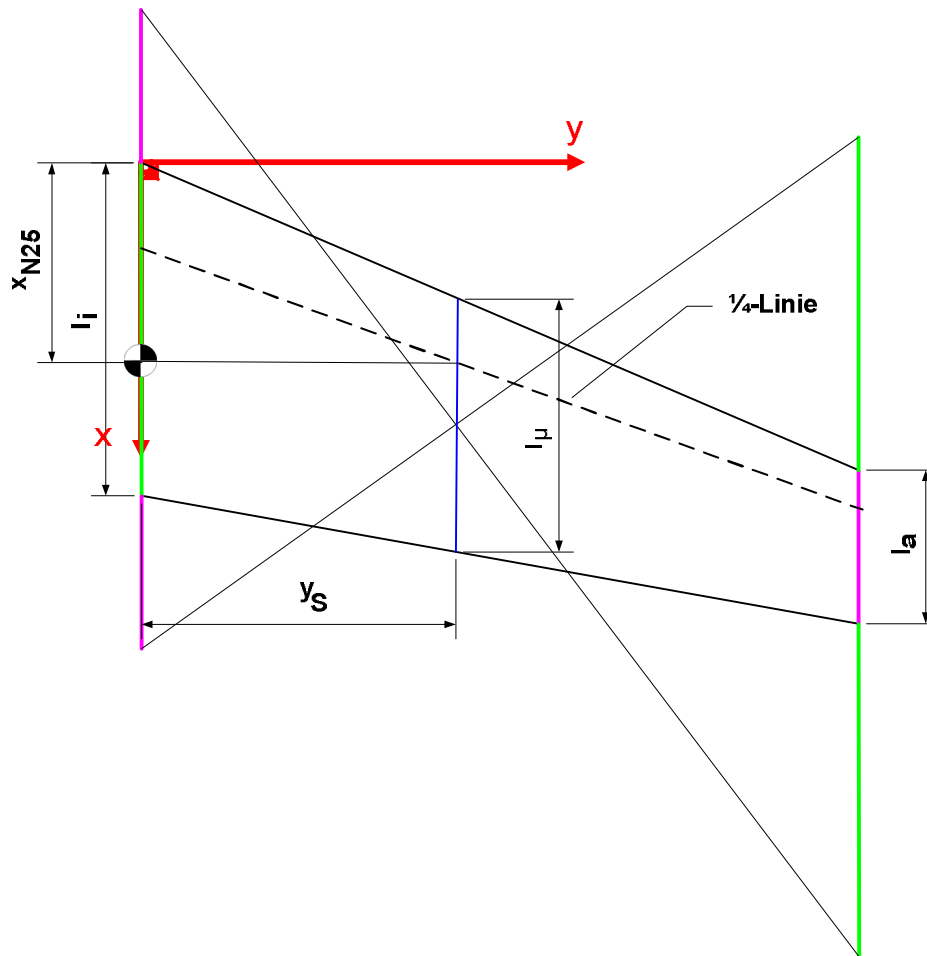


Abb. 1 Zeichnerisches Verfahren zur Ermittlung des Neutralpunktes an einem Pfeilflügel

Aus dem Grundriss einer Flügelhälfte wird die Länge der Flügelwurzel l_i nach vorn und hinten am Randbogen angetragen. Analog wird die Länge des Randbogens l_a an der Flügelwurzel projiziert. Anschließend werden die so erhaltenen Verlängerungen von Wurzel- und Randbogenprofil miteinander verbunden. Der sich ergebene Schnittpunkt repräsentiert den Flächenschwerpunkt im Abstand y_s von der x -Achse des Koordinatensystems. Die erhaltene Schnittstelle auf dem Flügel hat die Länge der Bezugsflügeltiefe l_μ . Deren Schnittpunkt mit der $1/4$ -Linie beschreibt als x -Koordinate die Lage des Neutralpunktes x_{N25} .

Bei einem Dreiecksflügel kommt man rein rechnerisch schnell zum Ergebnis. Da der Flächenschwerpunkt in einem Drittel der Höhe des Dreiecks zu finden ist, gilt hier einfach

$$y_s = \frac{1}{3} \cdot s \quad \text{Gl. (3)}$$

Danach ist wiederum über den Schnittpunkt mit der $1/4$ -Linie die Neutralpunktposition zu finden (Abb. 2).

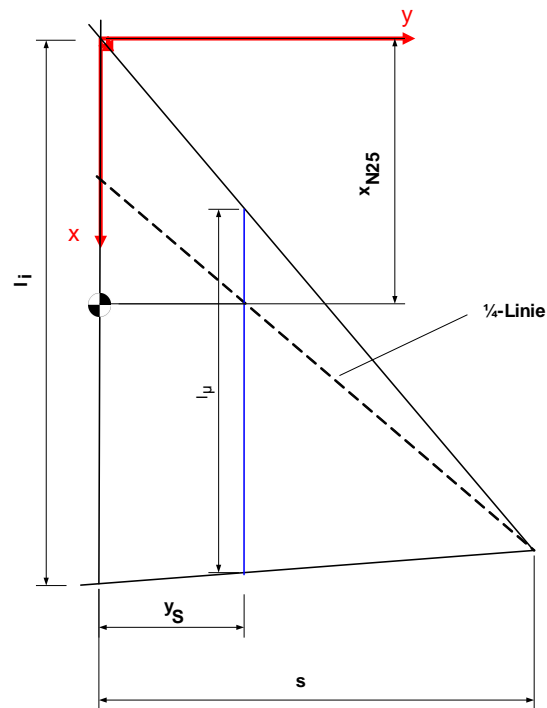


Abb. 2 Skizze zum rechnerischen Verfahren zur Ermittlung des Neutralpunktes an einem Deltaflügel

Die hier vorgestellten Methoden sind gängige Praxis des Modellflugzeugbauers. Zu einer Herausforderung wird es jedoch, wenn zwar das Flugzeug mit einem Deltaflügel versehen ist, dieser aber einen sogenannten gotischen Grundriss aufweist. Damit hat das Flugzeug ein schwungvolleres Aussehen und auch das Fliegen mit ihm macht gleich viel mehr Spaß. Der bekannteste Vertreter im Großflugzeugbau mit einer derartigen Flügelform ist die Concorde (Abb. 3).

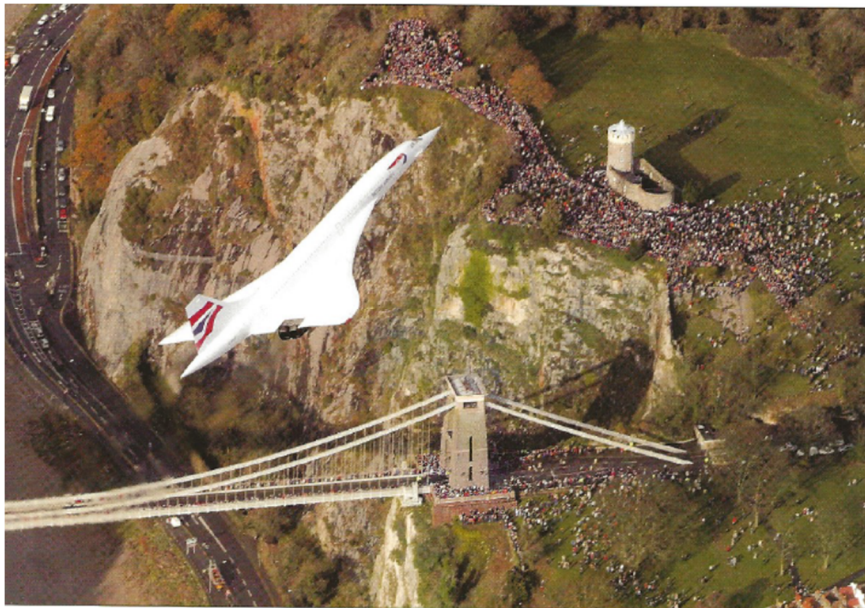


Abb. 3 Abschiedsflug der Concorde am 26. November 2003 auf dem Weg zur ehemaligen Produktionsstätte in Filton (Quelle: Provincial Pictures GC66)

Sicherlich besteht die Möglichkeit, diese Flügelform durch Dreiecke oder auch mittels Trapez zu approximieren. Zufriedenstellend ist das aber nicht.

Erfolgversprechend für derartige Konturen ist eine rechnerische Methode, die hier vorgestellt wird. Als Auslegungsbeispiel dient das Flugmodell „Xelio“ von Grègory Zietek. Die Unterlagen zu diesem Modell, das offenbar in Frankreich sehr populär geworden ist, sind in [2] zu finden. Für die zu untersuchende Thematik ist der Flügelgrundriss wichtig.

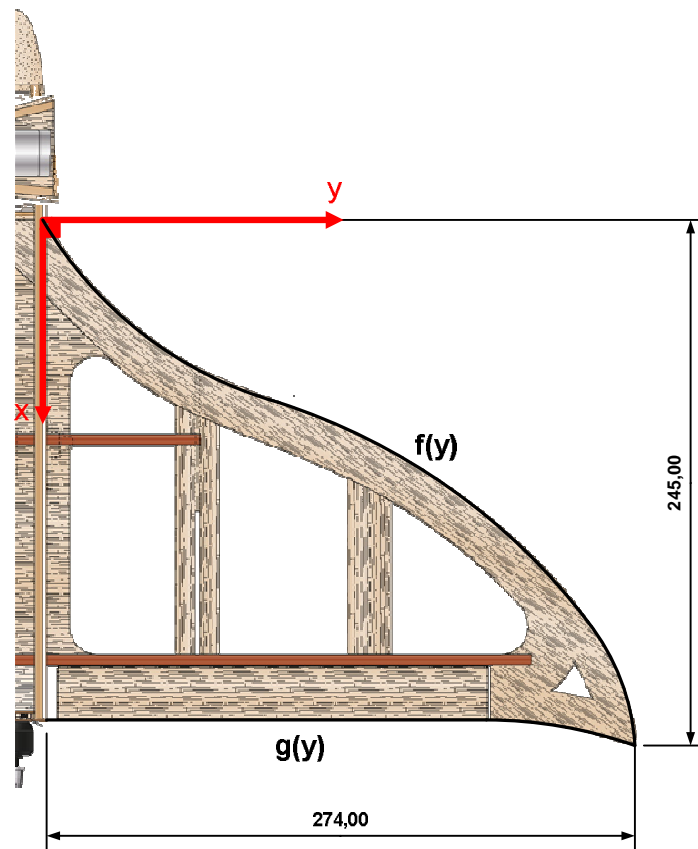


Abb. 4 Flügelgrundriss vom Xelio [2]

Die Abbildung dokumentiert sehr gut diese gotische Flügelform aber auch die für die folgende Betrachtung hinderliche Abrundung an der „Flügelspitze“. Zunächst gilt es, die Kontur mathematisch zu beschreiben. Um das zu realisieren, ist diese Zeichnung im Maßstab 1:1 zu übertragen und deren Kontur zu digitalisieren. Zweifellos kann man das rein händisch vornehmen, jedoch ist der Zeitaufwand dafür relativ hoch. Eine sehr praktikable Lösung bietet sich mit dem Programm „tracer“ [3] an. Dieses war als Freeware erhältlich und zeichnete sich durch einfache und zuverlässige Handhabung aus.

Im Ergebnis erhält man eine Excel-Datei mit den x- und y-Werten der abgetasteten Konturen. Diese Zahlenfolgen können dann mit Regressionsgleichungen beschrieben werden. Aus praktischen Gründen empfiehlt es sich, die Adaption nicht allzu weit zu treiben, um den nachfolgenden mathematischen Aufwand zu begrenzen. Das Ergebnis der Trendanalyse ist in Abb. 5 zu sehen.

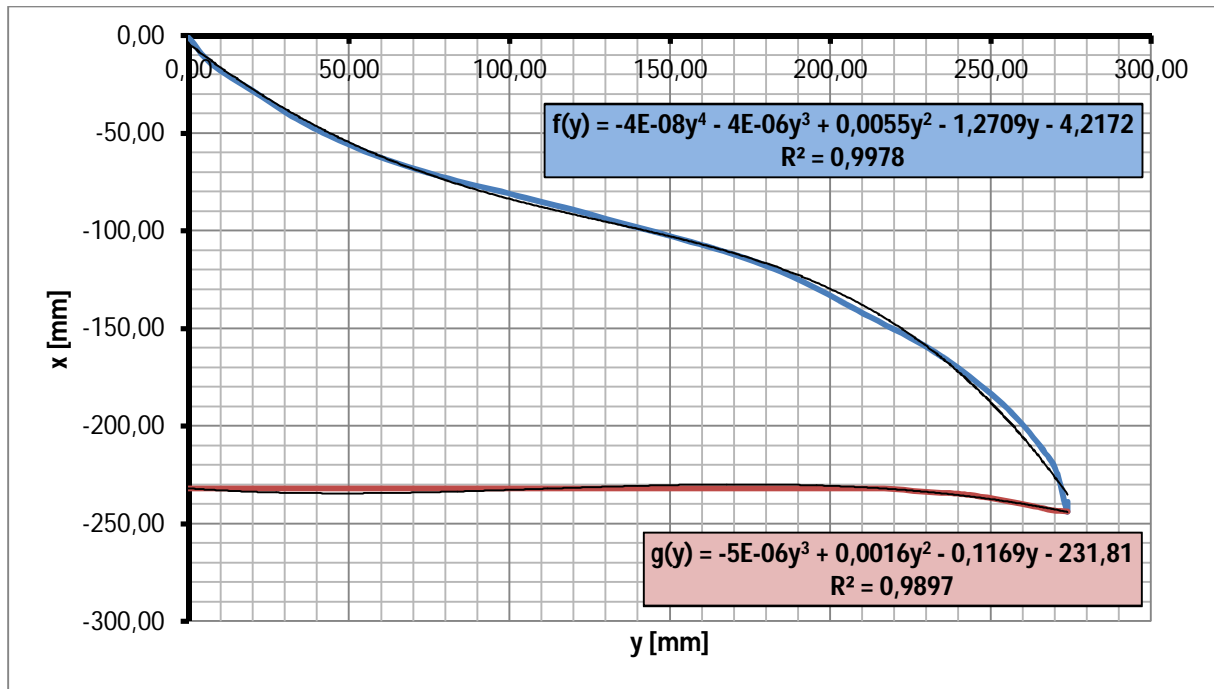


Abb. 5 Digitalisierter Flügelgrundriss mit den beiden Regressionsgleichungen

Für die weitere Rechnung werden beide Gleichungen etwas vereinfacht, bzw. einzelne Werte geringfügig gerundet. Es wurde aus Übersichtsgründen darauf verzichtet, in den Gleichungen die Maßeinheiten anzugeben. Es wird generell in mm gerechnet. Man erhält:

$$f(y) = -4 \cdot 10^{-8}y^4 - 4 \cdot 10^{-6}y^3 + 0,0055y^2 - 1,27y \quad \text{Gl.(4)}$$

$$g(y) = -5 \cdot 10^{-6}y^3 + 0,0016y^2 - 0,117y - 232 \quad \text{Gl.(5)}$$

Da der zu berechnende Flächenschwerpunkt auf die $\frac{1}{4}$ -Linie transformiert wird, benötigt man auch einen funktionalen Zusammenhang für die Flügeltiefe $l = f(y)$.

Für diese gilt: $l(y) = f(y) - g(y)$

$$l(y) = -4 \cdot 10^{-8}y^4 + 1 \cdot 10^{-6}y^3 + 0,0039y^2 - 1,15y + 232 \quad \text{Gl.(6)}$$

Damit kann die $\frac{1}{4}$ -Linie formuliert werden zu: $l_{25} = 0,25 \cdot l(y)$ Gl.(7)

Nachfolgende Abbildung enthält die $\frac{1}{4}$ -Linie zusammen mit der Flügelkontur.

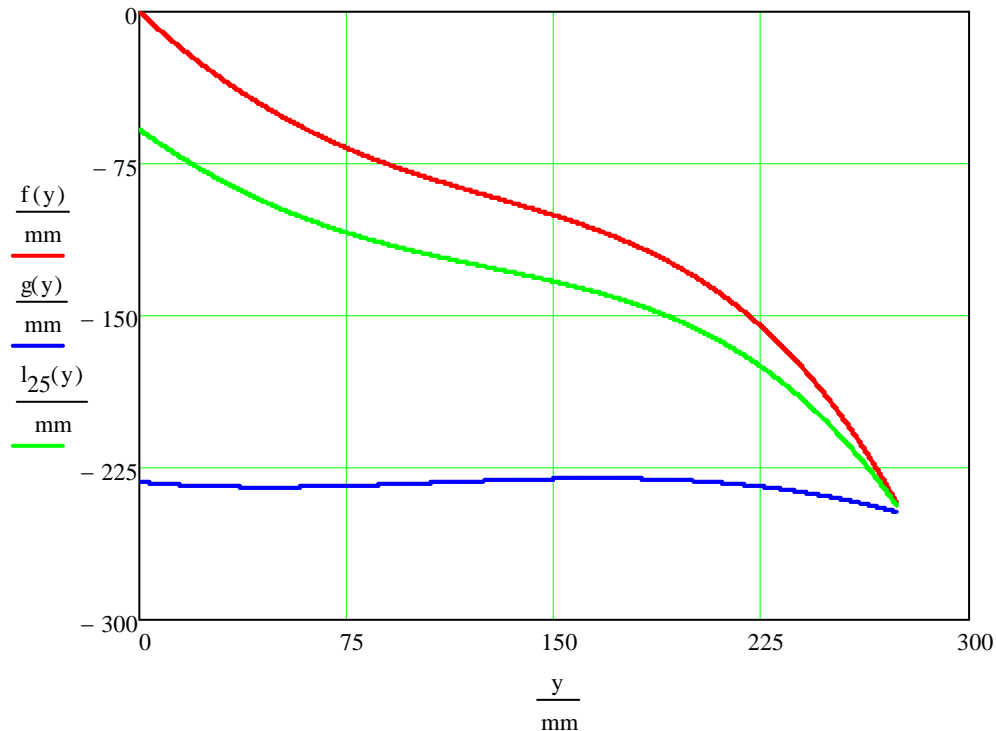


Abb. 6 Flügelkontur und $1/4$ -Linie auf der Basis der Regressionsgleichungen

Um den Flächenschwerpunkt zu bestimmen, wird auch die Flügelfläche benötigt. Für diese gilt:

$$A = \int_0^s f(y) - g(y) dy \quad \text{bzw.} \quad A = \int_0^s l(y) dy \quad \text{Gl. (8)}$$

$$A = \int_0^s (-4 \cdot 10^{-8} y^4 + 1 \cdot 10^{-6} y^3 + 0,0039 y^2 - 1,15 y + 232) dy$$

Man erhält:
$$\underline{A=362 \text{ cm}^2}$$

Jetzt setzt man die Gleichung für den Flächenschwerpunkt an zu

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^s l(y) \cdot y dy \quad \text{Gl. (9)}$$

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^s (-4 \cdot 10^{-8} y^4 + 1 \cdot 10^{-6} y^3 + 0,0039 y^2 - 1,15 y + 232) \cdot y dy$$

und erhält
$$\underline{y_s=105,2 \text{ mm}}$$

An dieser Stelle beträgt die Flügeltiefe
$$\underline{l_s=150,5 \text{ mm}}$$

Nun benötigt man noch den Schnittpunkt der Schwerpunktkoordinate mit der $1/4$ -Linie.

Also: $x_{N25} = l_{25}(y_s) \quad \underline{x_{N25}=-119,9 \text{ mm}}$

Damit liegt die gesuchte Position des Neutralpunktes vor. Er befindet sich rund 120 mm hinter der Nasenkante des Flügels bei $y = 0$ mm. Darauf basierend kann jetzt der Schwerpunkt berechnet werden. Um dies zu tun, wird an die eingangs erwähnten theoretischen

Zusammenhänge erinnert. Für jede Position des Schwerpunktes x_S gibt es gemäß Gl.(1) einen konstanten Wert für $\frac{dc_m}{dc_a}$.

Damit kann die Stabilität des Fluges ausgedrückt werden. Quantifiziert wird dieser Zusammenhang mit der Stabilitätsreserve und dient damit als Auslegungshilfe in der Modellentwicklung. Dazu wird Gl.(1) umgeformt zu

$$\frac{dm}{dc_a} = \frac{x_S - x_{N25}}{l_\mu} \quad \text{bzw.} \quad \frac{dm}{dc_a} = \frac{x_S - x_{N25}}{l_S} \quad \text{Gl.(10)}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist dabei die erwähnte Stabilitätsreserve. Sie ergibt sich also aus der Differenz der x-Koordinaten von Schwerpunkt und Neutralpunkt. Da der Schwerpunkt für einen stabilen Flug immer vor dem Neutralpunkt liegen soll, muss dieser Term kleiner Null sein!

Für eine Stabilitätsreserve von 10%, ein durchaus gängiger Wert im Modellflug, berechnet sich die Schwerpunktlage zu:

$$0,1 \cdot l_S = x_S - x_{N25}$$

$$x_S = 0,1 \cdot l_S + x_{N25} \quad x_S = 15\text{mm} - 120\text{mm} \quad \underline{x_S = -105\text{mm}}$$

Damit ist der Rechengang für die Neutralpunktbestimmung eines gotischen Flügels abgeschlossen. Blickt man jetzt auf die Konstruktionsunterlagen vom Xelio, die auch die Schwerpunktkoordinate enthalten, erfährt man Genugtuung, denn dort ist der Schwerpunkt bei -102 mm eingetragen, gleichbedeutend mit einer Stabilitätsreserve von 12%.

Bei der hier vorgestellten Berechnung wurde der Verlauf der Nasen- und Hinterkante des Flügels mit je einem Polynom beschrieben. Konstruktiv kann es natürlich auch vorkommen, dass sich der Flügelgrundriss aus zwei oder mehreren unterschiedlichen Geometrien zusammensetzt, deren Konturen nicht in geschlossener Form beschrieben werden können. Beispielsweise kann im unmittelbaren Wurzelbereich zunächst eine Trapezfläche vorgesehen sein und lediglich der Außenflügel hat einen gotischen Grundriss. In derartigen Fällen sind die Schwerpunkte für jede Fläche einzeln zu berechnen und anschließend mit der Gleichung

$$y_S = \frac{\sum y_{Si} \cdot A_i}{\sum A_i} \quad \text{Gl.(11)}$$

auf ein gemeinsames Koordinatensystem zu transformieren.

Abschließend noch eine Betrachtung zum Momentenbeiwert, der ja eine Information über die Längsstabilität geben soll. Aus diesem Wert, der für jedes Profil angegeben wird, kann das Moment um die Querachse gemäß nachstehender Gleichung berechnet werden.

$$M = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot A \cdot l_\mu \quad \text{Gl.(12)}$$

Ist der Momentenbeiwert negativ, wird auch das Nickmoment negativ und das Flugzeug senkt die Nase. Ist hingegen der Momentenbeiwert positiv, hebt das Flugzeug die Nase und der Pilot muß drücken. Die Lage des Schwerpunktes kann nun die Abhängigkeit dieses Beiwertes

vom Anstellwinkel bzw. vom Auftriebsbeiwert beeinflussen. Dabei ist in drei unterschiedlichen Situationen zu unterscheiden (Abb. 7).

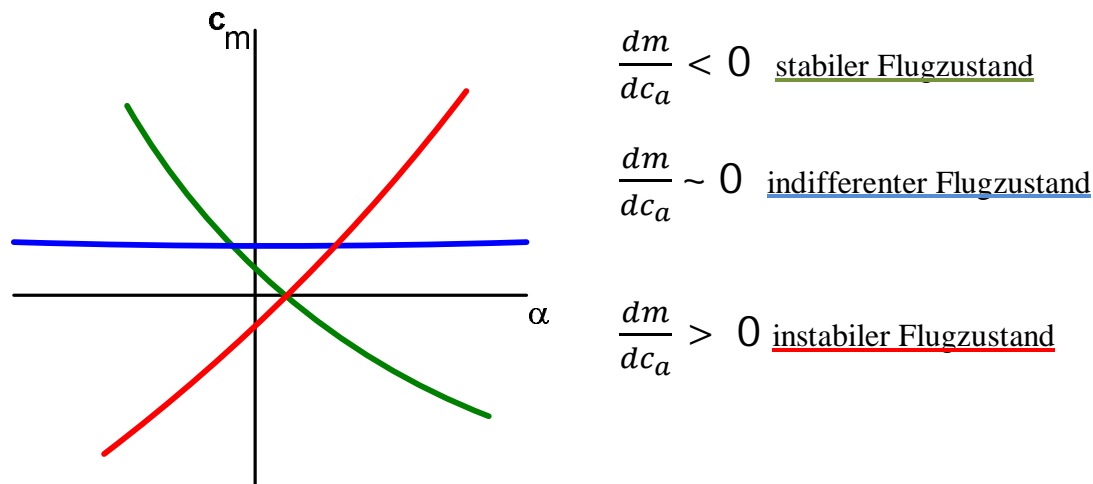


Abb. 7 Charakteristik des Momentenbeiwertes für unterschiedliche Längsstabilität

Ein stabiler Flugzustand bedeutet, dass der Anstieg der Kurve negativ ist (grüne Kurve). Der Schnittpunkt mit der Abszisse stellt den ausgetrimmten Zustand dar. Der Pilot braucht nicht einzugreifen, das Flugzeug ändert seine Lage um die Querachse nicht, sondern behält den dabei vorliegenden Anstellwinkel bei. Kommt es jetzt bei dieser Momentencharakteristik zu einer Störung von außerhalb (Windstoß), wird das Flugzeug automatisch die Nase senken und Geschwindigkeit aufnehmen. Damit wird weiterhin Auftrieb erzeugt und der Pilot kann jetzt seine Erfahrungen im Abfangen einbringen. Geschieht das in ausreichender Höhe, sollte sich das Flugzeug auch selbst abfangen.

Im entgegengesetzten Fall (rote Kurve) wird bei einer Störung der Flugbahn ein hecklastiges Moment erzeugt, das Flugzeug hebt die Nase. Wenn jetzt der Pilot nicht aufpasst, gerät das Flugzeug in den überzogenen Flugzustand (Stall). Jetzt ist neben der Erfahrung des Piloten auch das Glück herausgefordert. Dieser Zustand muss also unbedingt vermieden werden.

Schließlich kann man jetzt noch die blaue Kurve diskutieren, die eine indifferente Lage um die Querachse charakterisiert. Scheinbar liegt immer ein konstantes Moment unabhängig vom Anstellwinkel vor. Das Flugzeug ist nicht für den Horizontalflug ausgetrimmt, sondern wird, wie hier dargestellt, immer hecklastig reagieren ($c_m > 0$). Aber auch der andere Fall ist möglich, dass nämlich das Flugzeug immer frontlastig fliegen will und der Pilot permanent ziehen muss. Das ist dann der Fall, wenn die blaue Kurve spiegelbildlich im dritten und vierten Quadranten liegt.

Diese drei typischen Stabilitätskurven können jetzt bei jedem beliebigen Flugzeug auftreten und zwar dann, wenn der Schwerpunkt extrem verschoben wird. Befindet sich der Schwerpunkt vor dem Neutralpunkt ($x_S - x_{N25} < 0$), dann liegt der stabile Flugzustand vor, liegt er hinter dem Neutralpunkt ($x_S - x_{N25} > 0$), dann fliegt es instabil. Ist hingegen der

Schwerpunkt deckungsgleich mit dem Neutralpunkt ($x_S - x_{N25} = 0$), liegt der indifferente Grenzzustand vor.

Mit Hilfe des Programms xflr5 wurden jetzt an einem Deltaflügel diese Zustände simuliert (Abb. 8). Der Neutralpunkt liegt bei dem betrachteten Modell bei 300 mm. Aus dem Diagramm geht deutlich hervor, dass bei den beiden Schwerpunktlagen von 100mm und 240 mm das Flugzeug stabil fliegt, dahingegen sollte der Schwerpunkte jenseits 300 mm unbedingt vermieden werden. Die horizontale Kurve beschreibt das Ergebnis einer Überlagerung von Schwerpunkt und Neutralpunkt.

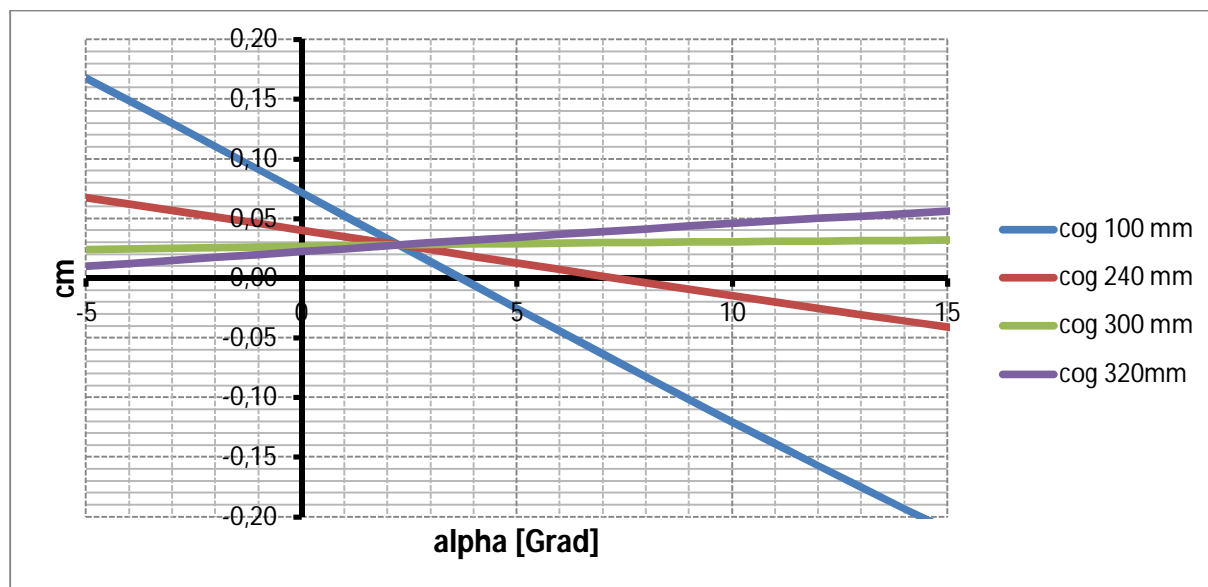


Abb. 8 Variation der Schwerpunktlage am Beispiels des Deltaflügels „Cutless“

Der ausgetrimmt Zustand wird bei einer Schwerpunktlage von 100 mm mit einem Anstellwinkel von $\alpha = 3,5^\circ$ und bei 240 mm bei $\alpha = 8,0^\circ$ erreicht. Im praktischen Einsatz wird dieses Modell mit einem Schwerpunkt bei 250 mm geflogen, was Modell und Piloten sehr gut bekommt.

Mit diesem Beitrag sollte der interessierte Modellbauer auf das Thema Neutralpunkt sensibilisiert werden. Bevor das Flugzeug physisch zu Höhenflügen starten kann, sollte sich der Modellbauer auch mal in die Tiefen der Theorie vergraben, um dann gutgelaunt die Erfolge mit seinem Flugzeug genießen zu können.

Literaturverzeichnis

- [1] Hakenesch, Peter R. *Aerodynamik des Flugzeugs*. Skript zur Vorlesung Vers. 3.1
- [2] jivaro-models.org. 21. Januar 2021 http://jivaro-models.org/xelio/page_xelio.html
- [3] Karolwski, Marcus karolewski@alum.mit.edu